**ΘΕΜΑΤΑ ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ Ι**

**Σεπτέμβριος 2010**

**Μουχτάρης**

**Άσκηση 1 (2 μονάδες)**

Εστω μια συναρτηση f(x) ορισμενη στο συνολο των πραγματικων αριθμων. Εστω ότι ισχυει

x <= f(x) <= x + . Δειξτε ότι η συναρτηση είναι παραγωγισιμη στο x=0, και βρειτε την παραγωγο της στο σημειο αυτό.

**Άσκηση 2 (2 μονάδες)**

F(x)= +10 . Nα γίνει πλήρης ανάλυση της συνάρτησης (συνέχεια, αύξουσα/φθίνουσα, σημεία καμπής, κρίσιμα σημεία, κοίλα άνω/κάτω, ασύμπτωτες) Και να γίνει η γραφική της παράσταση.

**Άσκηση 3 (2 μονάδες)**

**(α)(1 μοναδα)** Υπολογιστε το ολοκληρωμα ʃcosθ dθ.

**(β)(1 μοναδα)** Υπολογιστε το ολοκληρωμα ʃ

**Άσκηση 4 (2 μονάδες)**

**(α)(1 μοναδα)** Υπολογιστε το γενικευμένο ολοκληρωμα dθ.

**(β)(1 μοναδα)** Υπολογιστε το ολοκληρωμα

**Άσκηση 5 (2 μονάδες)**

**(α)(1 μοναδα)** Μελετηστε την συγκλιση της σειρας απειρων ορων

**(β)(1 μοναδα)** Εστω μια οποιαδηποτε συναρτηση f(x) με παραγωγους ολων των ταξεων σε κάθε σημειο διαστηματος που περιεχει ένα σημειο c. Υποθεστε ότι θελουμε να αναλυσουμε την συναρτηση σαν μια δυναμοσειρα με κεντρο το c, δηλαδη θελουμε να γραψουμε τη συναρτηση σαν αθροισμα της μορφης

f(x) = + (x - c) + + + Λ = .

Βρειτε τους συντελεστες για να ισχυει η παραπανω ισοτητα (η σειρα αυτή είναι η σειρα Taylor που παραγεται από τη συναρτηση γυρω από το σημειο c).

Βοηθεια: όπως λεει η εκφωνηση για να ισχυει η ισοτητα, θα πρεπει η συναρτηση να εχει παραγωγους ολων των ταξεων σε διαστημα που περιεχει το c.